الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٥م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	الأول/أولاً	قطع مكافئ
٢	الثاني/التمرين الأول	النهايات
٣	الثالث/ التمرين الثاني	هندسة الفضاء
٤	الرابع/التمرين الثالث	جبر/ أعداد مركبة/
٥	الخامس	تحليل – متراجحة
٦	السادس	جبر / احتمالات/
٧	السابع	تحليل / دالة جذرية/
٨	الثامن	قطع زائد
٩	التاسع	مسألة التحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

٩- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١٠- تُسجل ال١درجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الأحاد العشرات المئات

٢ ١ ١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /٦٠٠/ درجة

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٥م

السؤال الأول: (٦٠ درجة)

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محرقه $F(0,1)$ معادلة دليله $\Delta : y=-1$ ، ثم اكتب معادلة المماس لهذا القطع في نقطة منه $N(4,4)$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$H(x,y)\in P$	٥
٢	حسب تعريف القطع: $HF=d(H,\Delta)$	٥
٣	$\sqrt{(x-0)^2+(y-1)^2}\ =\|y+1\|$	٥+٥
٤	$x^2+(y-1)^2=(y+1)^2$	٥+ ٥
٥	بالنشر والإصلاح: $x^2+y^2-2y+1=y^2+2y+1$	٥
٦	$x^2=4y$	٥
٧	$y-y_0=m(x-x_0)$	٥
٨	$2x=4y'$	٥
٩	$2(4)=4m \quad , \quad m=2$	٣ + ٢
١٠	$y-4=2(x-4)$ أو $y=2x-4$	٥
	المجموع	٦٠

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معرفة المحور المحرقي yy'	٥
٢	معرفة الذروة $(0,0)$	٥
٣	معرفة قيمة p وتحديد جهة الفتحة	٥+١٠
٤	شكل المعادلة : $x^2=4py$	١٠
٥	استنتاج المعادلة $x^2=4y$	٥
	المجموع	٤٠

طريقة ثالثة:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إذا رسم الطالب القطع	١٠
٢	إذا حدد على الرسم المحرق F والدليل Δ والذروة ثم استنتج قيمة p	١٠+ ١٠
٣	إذا كتب معادلة القطع	١٠
	المجموع	٤٠

ملاحظة:في الطريقة(٢) إذا أخطأ الطالب في تحديد المحور المحرقي يخسر درجة الخطوة (١) ويتابع التصحيح.

ملاحظة: إذا اعتمد الطالب كتابة معادلة المماس من خلال الخاصة الهندسية للمماس في نقطة منه:

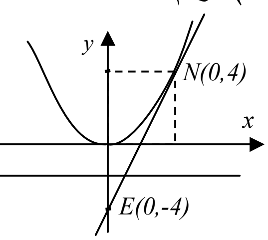
١) M مسقط N على المحور المحرقي (٢)

٢) معرفة إحداثيات $M(0,4)$ (٣)

٣) المماس يقطع المحور التناظري في $E(0,-4)$ نظيرة M بالنسبة للذروة $(0,0)$ (٢)

٤) حساب الميل $m=2$ ، كتابة المعادلة (٣ + ٥)

٥) الرسم: ٥



السؤال الثاني: التمرين الأول : (٥٠ درجة)

احسب كلاً مما يأتي : $a)\ \lim_{x\to0}\frac{\cos 3x-\cos x}{x.\sin x}$ $\quad b)\ \lim_{x\to\infty}\frac{1}{x}\ln(x+2)$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
a) ١	$\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$ ، معرفة وجود حالة عدم تعيين	٥ + ٥
٢	التعويض $f(x)=\frac{4\cos^3 x-4\cos x}{x\sin x}$	٢
٣	الإصلاح $f(x)=\frac{4\cos x(-\sin^2 x)}{x\sin x}$	٢ +٣
٤	الوصول إلى $=-4\frac{\sin x}{x}.\cos x$	٣
٥	النتيجة	٥
	المجموع	٢٥

ملاحظة: - في الخطوة (١) إذا لم يذكر الطالب حالة عدم تعيين وتابع بشكل صحيح ينال الدرجة ضمناً

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
a) ١	$\lim_{x\to0}\frac{\cos 3x-\cos x}{x.\sin x}$ ، معرفة وجود حالة عدم تعيين	٥
٢	الإصلاح $f(x)=\frac{-2\sin 2x\ \sin x}{x\ \sin x}$	٥
٣	الوصول إلى $f(x)=-2\frac{\sin 2x}{x}$	٣
٤	$f(x)=-4\frac{\sin 2x}{2x}$	٢
٥	حسب المبرهنة $\lim_{\theta\to0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$	٥
٦	ومنه $\lim_{x\to0}f(x)=-4$	٥
	المجموع	٢٥

ملاحظة: - في الطريقتين إذا دمج الطالب الخطوات (٣) و (٤) و (٥) في خطوة واحدة وكانت النتيجة صحيحة ينال الدرجات المخصصة لهذه الخطوات .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
٥	معرفة وجود حالة عدم تعيين	(b ١
٥	$f(x)=\frac{1}{x}\ln\left[x(1+\frac{2}{x})\right]=$	٢
٢ + ٣	$f(x)=\frac{1}{x}\ln x+\frac{1}{x}\ln(1+\frac{2}{x})=$, $\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{x}\ln(1+\frac{2}{x})$	٣
٣ +٣	$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+\frac{2}{x})}{x}=0$, $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$	٤
٤	$\lim_{x\to+\infty}f(x)=0+0=0$	٥
٢٥	المجموع	
٥٠	مجموع درجات السؤال الثاني	

طريقة ثانية:

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
٥	معرفة حالة عدم تعيين	١
٥	$f(x)=\frac{x+2}{x}\,\frac{\ln(x+2)}{x+2}$	٢
٥	$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+2)}{x+2}=0$ أو $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$	٣
٥	$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+2}{x}=1$	٤
٥	$\lim_{x\to+\infty}f(x)=0(1)=0$	٥
٢٥	المجموع	

ملاحظة: في الطريقة الثانية أو الأولى إذا دمج الطالب الخطوات (٣) و (٤) و (٥) في خطوة واحدة وكانت النتيجة صحيحة ينال الدرجات المخصصة لهذه الخطوات.

السؤال الثالث: **التمرين الثاني :** (٤٠ درجة)

أثبت أن النقاط $A(1,-1,2)$, $B(2,1,-1)$, $C(0,3,-1)$ ليست على استقامة واحدة، ثم أوجد معادلة المستوي ABC

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}=(\ 1,\ 2,-3)$ $\overrightarrow{AC}=(-1,\ 4,-3)$	٥ تعويض+ ٥قانون ٥
٢	المتجهان ليسا مرتبطين خطياً فالنقاط ليست على استقامة واحدة	٥
٣	المتجه الناظم هو: $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$	٥
٤	$\vec{n}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 2 & -3\\ -1 & 4 & -3\end{vmatrix}=6\vec{i}+6\vec{j}+6\vec{k}$ $\vec{n}=(6,6,6)$	٥
٥	معادلة المستوي $6(x-0)+6(z+1)+6(y-3)=0$ أو $x+z+y-2=0$	٥ تعويض+ ٥قانون
	المجموع	٤٠

ملاحظة: في الخطوات ٣ و ٤ و ٥ إذا اتبع الطالب صيغة المحدد لإيجاد معادلة المستوي توزع الدرجات كما يلي:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
٣	$\begin{vmatrix}x-x_A & y-y_A & z-z_A\\ x_B-x_A & y_B-y_A & z_B-z_A\\ x_C-x_A & y_C-y_A & z_C-z_A\end{vmatrix}=0$	٥
٤	التعويض	٥
٥	النشر	٥
٦	المعادلة الناتجة	٥

السؤال الرابع: **التمرين الثالث :** (٦٠ درجة)

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2+4z+29=0$ ثم حلل كثير الحدود z^3+4z^2+29z إلى جداء عوامل خطيّة من الدرجة الأولى.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\Delta = b^2-4ac$ $\Delta = 16-4(1)(29) = -100$	٥ ٥
٢	$\sqrt{-\Delta}=10$ $z_1=\dfrac{-4+10i}{2}=-2+5i$	٥ ٥ ناتج+٥ دستور
٣	$z_2=-2-5i$	٥
٤	$z^3+4z^2+29z=z(z^2+4z+29)$	١٠
٥	$=z(z-z_1)(z-z_2)$	٥+٥
٦	$=z(z+2-5i)(z+2+5i)$	٥+٥
	المجموع	٦٠

ملاحظة: إذا حلّ الطالب الجزء الأول من السؤال بطريقة الإتمام إلى مربع كامل توزّع الدرجات كما يأتي:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z^2+4z+4+25=0$	٥
٢	$(z+2)^2+25=0$	٥
٣	$(z+2)^2-(5i)^2=0$	٥
٤	$(z+2+5i)(z+2-5i)=0$	٥
٥	$z_1=2-5i$ $\qquad$ $z_2=-2+5i$	٥+٥

ملاحظة: إذا دمج الطالب الخطوات كاملة بالشكل:

$$z^3+4z^3+29z=z(z^2+4z+29)=z(z^2+4z+4+25)$$
$$=\left[(Z+2)^2-(5i)^2\right]$$
$$=z(z+2-5i)(z+2+5i)$$

ينال الدرجات المخصصة للسؤال كاملاً

السؤال الخامس: (٥٠ درجة)

أثبت أنه أياً كانت $x \in]-1,+\infty[$ فإن: $\ln(x+1) < x+1$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\ln(x+1) - x - 1 < 0 \Leftrightarrow \ln(x+1) < x+1$	٥
٢	نأخذ الدالة $f(x) = \ln(x+1) - x - 1$	٥
٣	الدالة f مستمرة واشتقاقية على المجال $]-1,+\infty[$	٥
٤	$f'(x) = \frac{1}{(x+1)} - 1 = \frac{-x}{x+1}$	١٠
٥	ندرس إشارة $f'(x)$ ، $f'(x) = 0$ عندما : $x = 0 \,,\; f(0) = -1$	٥+٥
	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & -1 & \searrow & \end{array}$	٥+٥
	نلاحظ أن $f(x) \le -1 < 0$ إذاً $\ln(x+1) - x - 1 < 0$ وهو المطلوب	٥
	المجموع	٥٠

ملاحظة: ١ - إذا كتب الطالب الدالة: f بشكل مناسب وتابع دراسة الإطراد بشكل صحيح ينال الدرجات المخصصة للخطوات كافة.

٢ - إذا درس الطالب الوضع النسبي بيانياً للدالتين $g(x) = x+1 \;,\; f(x) = \ln(x+1)$ وتوصل إلى المطلوب ينال الدرجات المخصصة.

السؤال السادس: (٩٠ درجة)

يحتوي مغلف خمس بطاقات متماثلة تماماً مرقمة بالأرقام 1 , 1 , 1 , 0 , 0 نسحب من المغلف ثلاث بطاقات على التتالي مع إعادة البطاقة المسحوبة، وليكن X متغيراً عشوائياً يدل على مجموع أرقام البطاقات المسحوبة، اكتب مجموعة قيم المتغير العشوائي X ، اكتب جدول توزيعه الاحتمالي ثم احسب توقعه الرياضي

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	٢٠
٢	$f(0)=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{125}$	٥+٥
٣	$f(1)=3\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{36}{125}$	٥+٥
	$f(2)=3\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{54}{125}$	٥+٥
٤	$f(3)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{27}{125}$	٥+٥
٥	$\begin{array}{c\|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline f(x_i) & \frac{8}{125} & \frac{36}{125} & \frac{54}{125} & \frac{27}{125} \end{array}$	١٠
٦	$E(X)=\frac{0+36+108+81}{125}=\frac{225}{125}$ أو $\frac{9}{5}$	١٠+٥ + ٥
	المجموع	٩٠

ملاحظة: إذا حل الطالب المسألة وكان اختياره لبطاقتين فقط وتابع بشكل صحيح يخسر ٢٠ درجة ويتابع الحل

السؤال السابع: (٧٠ درجة) ليكن C الخط البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\sqrt{x^2+1}+x$.

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس وضع الخط C بالنسبة للمقارب Δ .

2) احسب حجم المجسم الناتج عن دوران السطح المحدد بالخط C والمحور $x'x$ والمستقيمين $x=0\ ,\ x=1$ دورة كاملة حول $x'x$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$f(x)-y_\Delta=\sqrt{x^2+1}-x$ وجود حالة عدم تعين	٣ ٢
٢	$f(x)-y_\Delta=\dfrac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}+x}$ معرفة المرافق ،	٥+٥
٣	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-y_\Delta\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=0$ واستنتاج Δ مقارب	٣ + ٢
٤	لما كان $\sqrt{x^2+1}>x$ أيا كانت $x\in\mathbb{R}$	٥
٥	نجد أن $f(x)-y_\Delta>0$ وبالتالي C فوق Δ	٥
٦	$v=\pi\int_0^1 f^2(x)dx$	٥
٧	$v=\pi\int_0^1 (2x^2+1+2x\sqrt{x^2+1})dx$	٥×٣
٨	$v=\pi\left[\frac{2}{3}x^3+x+\frac{2}{3}\sqrt{(x^2+1)^3}\right]_0^1$	٥×٣
٩	$=\pi\left[\frac{2}{3}+1+\frac{4\sqrt{2}}{3}-\frac{2}{3}\right]=\frac{3+4\sqrt{2}}{3}$	٢ + ٣
	المجموع	٧٠

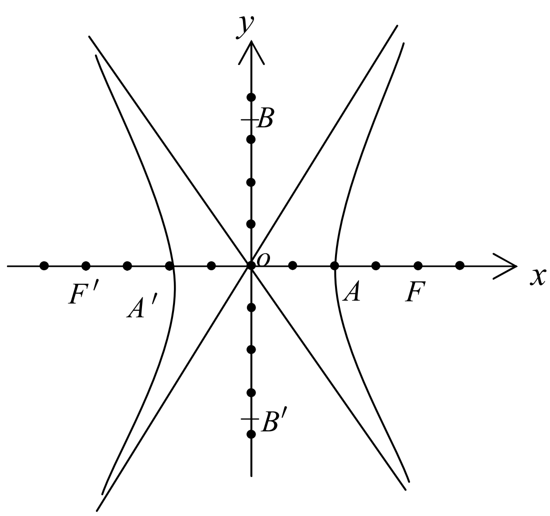
السؤال الثامن : (٧٠ درجة)

ليكن القطع الزائد الذي معادلته $3x^2 - y^2 = 12$

1) عيّن مركزه ومحرقيه وذراه ثم اكتب معادلتي مقاربيه وارسمهما وارسم هذا القطع.

2) اكتب معادلة المماس d لهذا في النقطة $N(4,6)$.

3) إذا علمت أن المستقيم المار بالنقطة $F(4,0)$ والعمودي على المماس d الذي معادلته $2x - y - 2 = 0$ يقطع المستقيم في النقطة M ، حيث ، برهن أن المثلث FNM مثلث متساوي الساقين.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$	٥
٢	قطع زائد محوره المحرقي ينطبق على $x'x$	٣
٣	مركزه $(0,0)$, $a = 2$, $b = 2\sqrt{3}$	٣ + ٣ + ٣
٤	$c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$	٣
٤	$F(4,0)$, $F'(-4,0)$	٣+ ٣
٥	الذروتين الأساسيتين $A(2,0)$, $A'(-2,0)$ الذروتين المرافقتين $B(0,2\sqrt{3})$, $B(0,-2\sqrt{3})$	٣+ ٣ ٣+ ٣
٦	معادلتي المقاربين: $\frac{y}{2\sqrt{3}} = \mp\frac{x}{2}$ أو $y = \mp\sqrt{3}x$	٣+ ٣ لكل مقارب
٧		٣ + ٣
٨	النقطة $N(4,6)$ تقع على القطع لأنها تحقق معادلته: $3(16) - 36 = 12$	٢
٩	$m = \frac{b^2(x_N - x_0)}{a^2(y_N - y_0)} = 3\frac{(4-0)}{(6-0)}$ $=2$	٢ + ٥
١٠	معادلة المماس : $d : y - 6 = 2(x-4)$ $y = 2x - 2$	٣ لمعادلة المماس ٢ للتعويض
١١	حسب مبرهنة المماس للقطع الزائد يكون d محور القطعة MF وبالتالي المثلث FNM متساوي الساقين	٢ ٢ ٢
	المجموع	٧٠

ملاحظة : في الخطوة ١١ إذا أثبت الطالب أن المثلث متساوي الساقين بحساب NF و NM بأي طريقة كانت ينال الدرجات المخصصة لهذه الخطوة

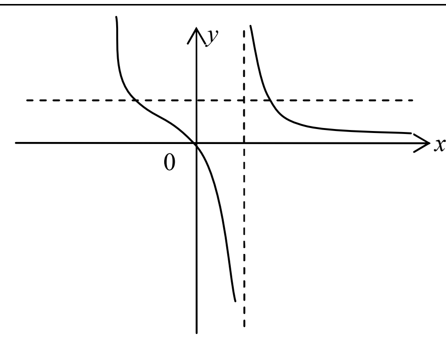
السؤال التاسع: حل المسألة الآتية: (١١٠ درجات)

ليكن C الخط البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق $f(x)=e^{-x}+\frac{1}{x-1}$

1) ادرس تغيرات الدالة f ونظم جدولاً بها, واستنتج ما للخط من مقاربات موازية للمحور أو للمحور $y'y$

2) ارسم ما وجدته من مقاربات للخط C ثم ارسم ، واحسب مساحة السطح المحصور بين الخط C والمحور $x'x$ والمستقيم $x=1$.

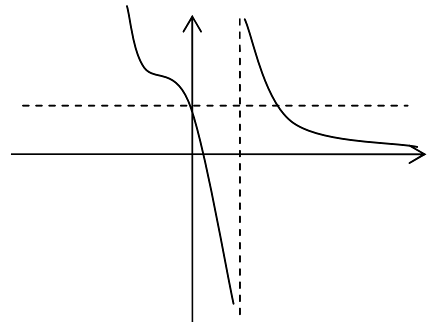
3) استنتج رسم الخط C_1 للدالة f_1 المعرفة بالعلاقة: $f_1(x)=e^{-x}+\frac{x}{x-1}$.

الرقم	الخطوة	الدرجة
١	الدالة f مستمرة واشتقاقية على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ أو على كل من $]-\infty,1[\ ,\ ]1,+\infty[$	١٠
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty+0=+\infty$	٥
٣	$\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)=-\infty$	٥
٤	$\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} f(x)=+\infty$	٥
٥	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0+0=0$	٥
٦	$f'(x)=-e^{-x}-\frac{1}{(x-1)^2}<0$	٥+ ٥+٥
٧	x: $-\infty$ … 1 … $+\infty$ $f'(x)$: $-$ ‖ $-$ $f(x)$: $+\infty \searrow -\infty$ ‖ $+\infty \searrow 0$	٥ + ٥ ٥ للانسجام
٨	المقاربان : $\Delta: x=1 \,//\, y'y$ ينطبق على : $x'x\ ,\quad y=0$	٥ ٥
٩		٥+٥
١٠	$S=\int_{-1}^{0} f(x)dx$	١٠
١١	$=\left[-e^{-x}+\ln(1-x)\right]_{-1}^{0}$	٥+٥
١٢	الناتج	٥
١٣	$f_1(x)=e^{-x}+1+\frac{1}{x-1}$ $=f(x)+1$	٣
١٤	ينتج C_1 عن C بانسحاب على المحور $y'y$ بمقدار $1\,\vec{j}$ ، (بمقدار واحدة للأعلى)	٢
	المجموع	١١٠

ملاحظات:

١) في الخطوة (١) إذا لم يكتب الطالب الدالة f اشتقاقية على $\mathbb{R}/\{1\}$ وكان حله صحيحاً حتى الخطوة (٧) ينال درجة هذه الخطوة ضمناً

٢) في الخطوة (١٤) إذا رسم الطالب C_1 وبين مقدار الانسحاب وجهته ينال الدرجات المخصصة للخطوتين (١٣) و(١٤)



٣) إذا ذكر الطالب أن C_1 ينتج عن C وفق $(x,y) \longrightarrow (x, y+1)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوتين (١٣) و(١٤)

٤) في الخطوة (٩) إذا لم يراعي الطالب جهة التقعر في الفرع الأيسر فقط من المنحني فقط ينال الدرجة المخصصة.

<u>**انتهى السلم**</u>